

Roll No. ....

[ 2 ]

D-3292

**D-3292**

**B. A. (Part III) EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

(Optional)

Paper Third (B)

(Discrete Mathematics)

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1**

**(UNIT—1)**

1. (अ) गणितीय आगमन विधि से हल कीजिए :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

Prove that by Mathematical Induction method :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

**(B-10) P. T. O.**

(ब) एक व्याकरण की भाषा को परिभाषित कीजिए। माना कि :

$$G = [\{0, 1\}, \{s\}, s, \{s \rightarrow 11s, s \rightarrow 0\}]$$

एक व्याकरण है। L (G) ज्ञात कीजिए।

Define language of a grammar. Let :

$$G = [\{0, 1\}, \{s\}, s, \{s \rightarrow 11s, s \rightarrow 0\}]$$

be a grammar. Determine L (G).

(स) प्रायिकता का योग नियम लिखिये एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove additive law of probability.

**इकाई—2**

**(UNIT—2)**

2. (अ) सिद्ध कीजिये कि 1,00,000 व्यक्तियों में कम से कम दो व्यक्ति ऐसे हैं जिन्होंने ठीक एक समय (घंटा, मिनट, सेकण्ड) में जन्म लिया है।

Prove that among 1,00,000 people, there are at least two who were born at exactly the same time (hour, minute and second).

(ब) तुल्यता संबंध को परिभाषित कीजिए। यदि I पूर्णाकों का समुच्चय है तथा संबंध  $xRy \Rightarrow x - y$ , एक सम्पूर्णाक है, तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

Define equivalence relation. If I is the set of integers and the relation  $xRy \Rightarrow x - y$ , is an even integer, then prove that R is an equivalence relation.

(स) पिजन होल सिद्धान्त को उदाहरण सहित समझाइए।

Explain the Pigeon Hole principle with an example.

**(B-10)**

[ 3 ]

D-3292

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) बबल सार्ट एल्गोरिथ्म लिखिए।  
Write Bubble Sort Algorithm.
- (ब) दर्शाइये कि भाषा  $L = \{a^k : k = i^2, i \geq 1\}$  एक परिमित अवस्था भाषा नहीं है।  
Show that the language  $L = \{a^k : k = i^2, i \geq 1\}$  is not a finite state language.
- (स) जनक फलन विधि से निम्न योग को ज्ञात कीजिए :  
 $3.2.1 + 4.3.2 + 5.4.3 + \dots + (r+1).r.(r-1)$ .  
Using generating function method, evaluate the sum :  
 $3.2.1 + 4.3.2 + 5.4.3 + \dots + (r+1).r.(r-1)$ .

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) निम्नलिखित अंतर समीकरण को हल कीजिए :  
 $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$   
Solve the following difference equation :  
 $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$
- (ब) समूह को परिभाषित कर एक उदाहरण दीजिए।  
Define Group and give one example of the group.
- (स) पुनरावृत्ति संबंध  $9a_r - 6a_{r-1} + a_{r-2} = 0$  को हल कीजिए।  
दिया है  $a_0 = 0$  और  $a_1 = 1$ ।  
Solve the recurrence relation  $9a_r - 6a_{r-1} + a_{r-2} = 0$ .  
Given that  $a_0 = 0$  and  $a_1 = 1$ .

(B-10) P. T. O.

[ 4 ]

D-3292

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) सिद्ध कीजिए कि दो जालकों का सीधा गुणन एक जालक होता है।  
Prove that direct product of two lattices is a lattice.
- (ब) स्विचन परिपथ  
 $F(x, y, z) = x.y.z + x.y'.z + x'.y'.z$   
को सरलीकृत स्विचन परिपथ से प्रतिस्थापित कीजिए।  
Replace the switching function  
 $F(x, y, z) = x.y.z + x.y'.z + x'.y'.z$   
a simple switching function.
- (स) निम्नलिखित फलन का वियोजी प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए :  
Find disjunctive normal form of the following function :

$$f(x, y, z) = \left[ (x + y') + (y + z')' + yz \right]$$

Find disjunctive normal form of the following function :

$$f(x, y, z) = \left[ (x + y') + (y + z')' + yz \right]$$

D-3292

(B-10)